

中学数学 2 年

2 章 連立方程式

1 連立方程式

§ 1 連立方程式とその解

§ 2 連立方程式の解き方

2 連立方程式の利用

§ 1 連立方程式の利用

1 連立方程式

§ 1 連立方程式とその解

《二元一次方程式》

子どもたちに、1個 250円のケーキと、1個 100円のアイスを買っていきたい。全部で1600円かかった。ケーキとアイス、それぞれ何個ずつ買ったのでしょうか。



.....



ケーキの個数を x 個、アイスの個数を y 個とすると、次の等式が成り立つ。

このような、2つの文字をふくむ1次の方程式を、
という。

《方程式の解1》

x の値が1, 2, 3, …… のとき、等式①にあてはまる y の値を求めなさい。

x	1	2	3	4	5	6
y						

一般に、 x, y について二元一次方程式があるとき、これにあてはまる x, y の値の組を、その方程式のという。

二元一次方程式①の解

《方程式の解2》

子どもが10人いるので、ケーキとアイス、合計で10個買っていった。

これを式で表すと、

x の値が1, 2, 3, …… のとき、等式②にあてはまる y の値を求めなさい。

x	1	2	3	4	5	6
y						

等式①と②の両方にあてはまる、 x, y の値の組は、

《連立方程式》

ケーキとアイスについて、金額と個数からの2つの二元一次方程式の組は、

{

上のような方程式の組を $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$ という。

上の連立方程式にあてはまる、 x, y の値の組 $(4, 6)$ を、その $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$ といい、その解を求めることを、 $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$ という。

《P31 解答 ④》

1つ目の式に $(5, 2)$ を代入すると、

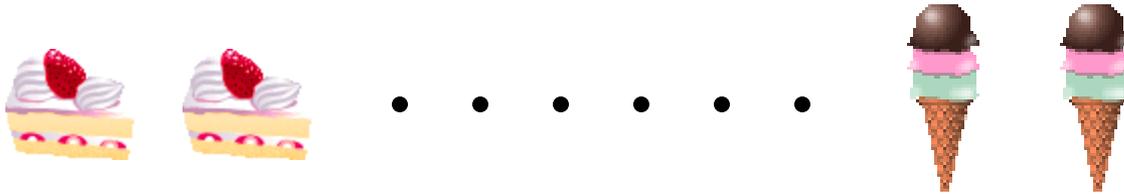
2つ目の式に $(5, 2)$ を代入すると、

両方にあてはまるので、解といえる。

§ 2 連立方程式の解き方

《ケーキとアイスを買う ①》

10人の子どもたちに、1個 250円のケーキと、1個 100円のアイスをあわせて10個買っていききたい。1600円で、できるだけ値段の高いケーキをたくさん買いたいとき、それぞれ何個ずつ買えばよいか。



ケーキの個数を x 個、アイスの個数を y 個とすると、金額と個数から連立方程式は、

{

《つるかめ算で解く》

10個ともアイスを買うと

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

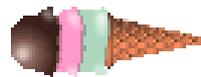
 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

合計 1000 (円)

4個ケーキに替えると

 250 (円)

 250 (円)

 250 (円)

 250 (円)

 100 (円)

 100 (円)

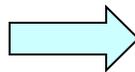
 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

 100 (円)

合計 1600 (円)



《ケーキとアイスを買う ②》

1600円で、ケーキとアイスを適当に見つくりてもらったところ、ケーキ 6個と、アイス 1個を持ってきてくれた。しかし、それでは子ども的人数に足りないので、もう一度見つくりてもらうと、ケーキ 4個と、アイス 6個を持ってきてくれた。

このときのケーキとアイスの値段はいくらだったのでしょうか。

ケーキの値段を x 円、アイスの値段を y 円とすると、金額と個数の関係から連立方程式は、

{

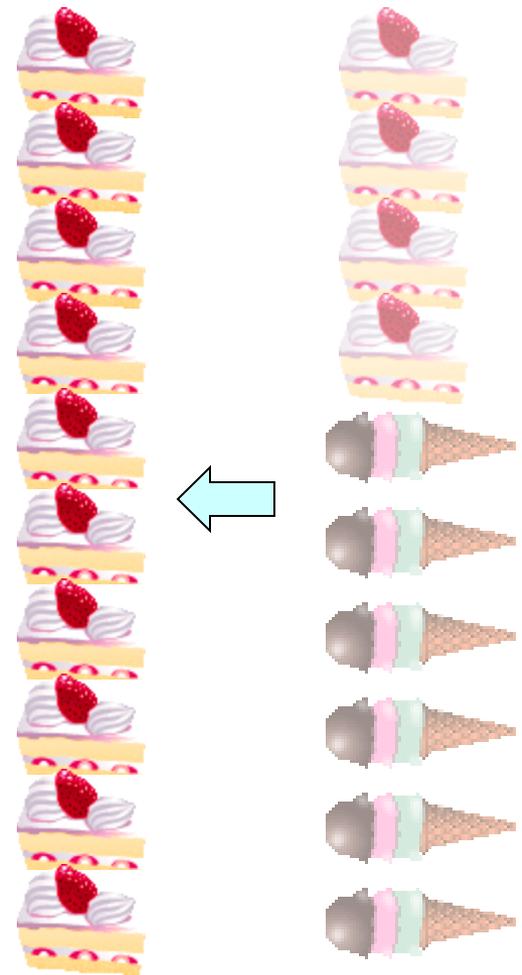
《わからない物を1種類にする》



1600 (円)

$$\text{Ice cream cone} = 1600 - 6 \times \text{Raspberry cake}$$

$$\begin{aligned} 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \\ 1600 - 6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 9600 - 32 \times \text{Raspberry cake} &= 1600 \text{ (円)} \\ - 32 \times \text{Raspberry cake} &= -8000 \\ \text{Raspberry cake} &= 250 \end{aligned}$$

《文字が1つの方程式を導く》

$$\begin{cases} 6x + y = 1600 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 4x + 6y = 1600 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を変形して

②の y と③の y は同じものだから、②の y を、
③の $1600 - 6x$ でおきかえる。()

この値を③の x に代入して、

よって、この連立方程式の解は、

である。

と書く。

《練習》

$$\begin{cases} 250x + 100y = 1600 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ x + y = 10 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形して

①の y と③の y は同じものだから、①の y を、
③の $10 - x$ でおきかえる。

この値を③の x に代入して、
よって、この連立方程式の解は、である。
と書く。

《代入法》

連立方程式から、ある文字をふくまない方程式を導くことを、その文字を する という。

代入によって文字を消去する方法を という。

《例題 1》

$$\begin{cases} 5x - 2y = 6 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ y = 2x + 1 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入して、

$x =$ を②に代入して、

《P34 問 6》

$$(1) \begin{cases} 9x - 2y = 12 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = -3y + 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

《ケーキとアイスを買う ③》

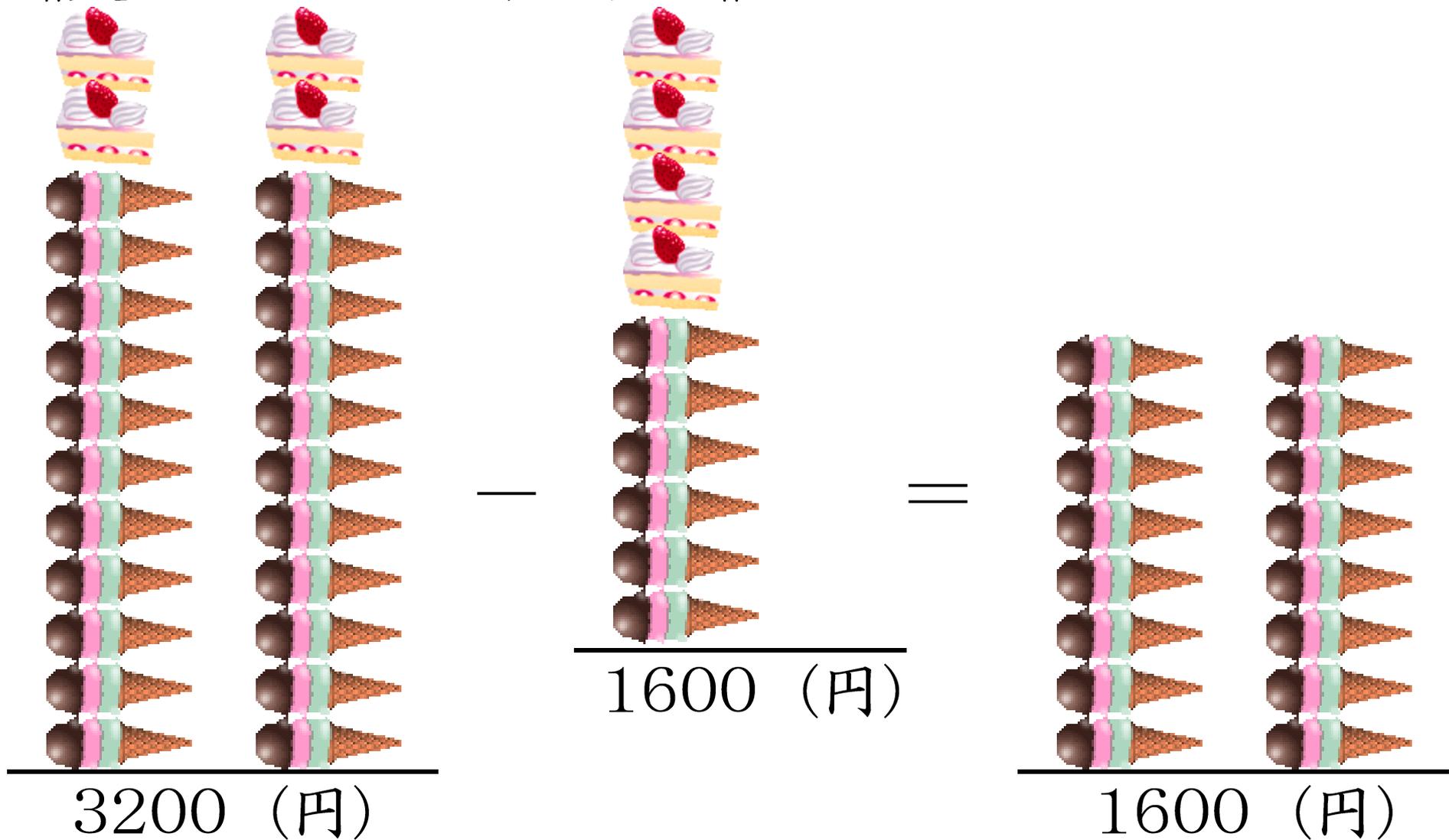
1600円で、ケーキとアイスを適当に見つくりてもらったところ、ケーキ 2個と、アイス 11個を持ってきてくれた。しかし、それでは子ども的人数より多すぎるので、もう一度見つくりてもらおうと、ケーキ 4個と、アイス 6個を持ってきてくれた。

このときのケーキとアイスの値段はいくらだったのでしょうか。

ケーキの値段を x 円、アイスの値段を y 円とすると、金額と個数の関係から連立方程式は、

{

《数をそろえて消去する》



$$16 \text{ 🍦} = 1600$$
$$\text{🍦} = 100$$

《ももとすいかを買う》

もも3個とすいか1個の代金は1400円、もも1個とすいか1個の代金は1000円です。

このとき、もも1個とすいか1個の値段はいくらでしょうか。

ももの値段を x 円、すいかの値段を y 円とすると、金額と個数の関係から連立方程式は、

{

《加減法で消去する》



—

=



—————

(円)



—————

1000 (円)

2



=



=



—————

1400 (円)

200 +



= 1000



=

《加減法で、1つの文字を消去する》

$$\begin{cases} 3x+y=1400 & \cdots\cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=1000 & \cdots\cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①の左辺から②の左辺をひくと、

$$\begin{array}{r} 3x+y=1400 \\ -) \quad x+y=1000 \\ \hline \end{array}$$

①の右辺から②の右辺をひくと、

等しいものから等しいものをひいた残りは等しいから、

$x=$ を②に代入して、

$$\begin{cases} 3x+y=1400 & \dots\dots\dots ① \\ x+y=1000 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

①から②をひくと、

$$\begin{array}{r} -) \\ \hline \end{array}$$

$x=$ を②に代入して、

《P31 問 1》

$$(1) \begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-y=3 \end{cases}$$

《P31 問 2》

$$(1) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - y = 14 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x - 4y = -6 \end{cases}$$

《加減法》

連立方程式を解くのに、左辺どうし、右辺どうしを、それぞれ、たすかひくかして、1つの文字をしてもよい。

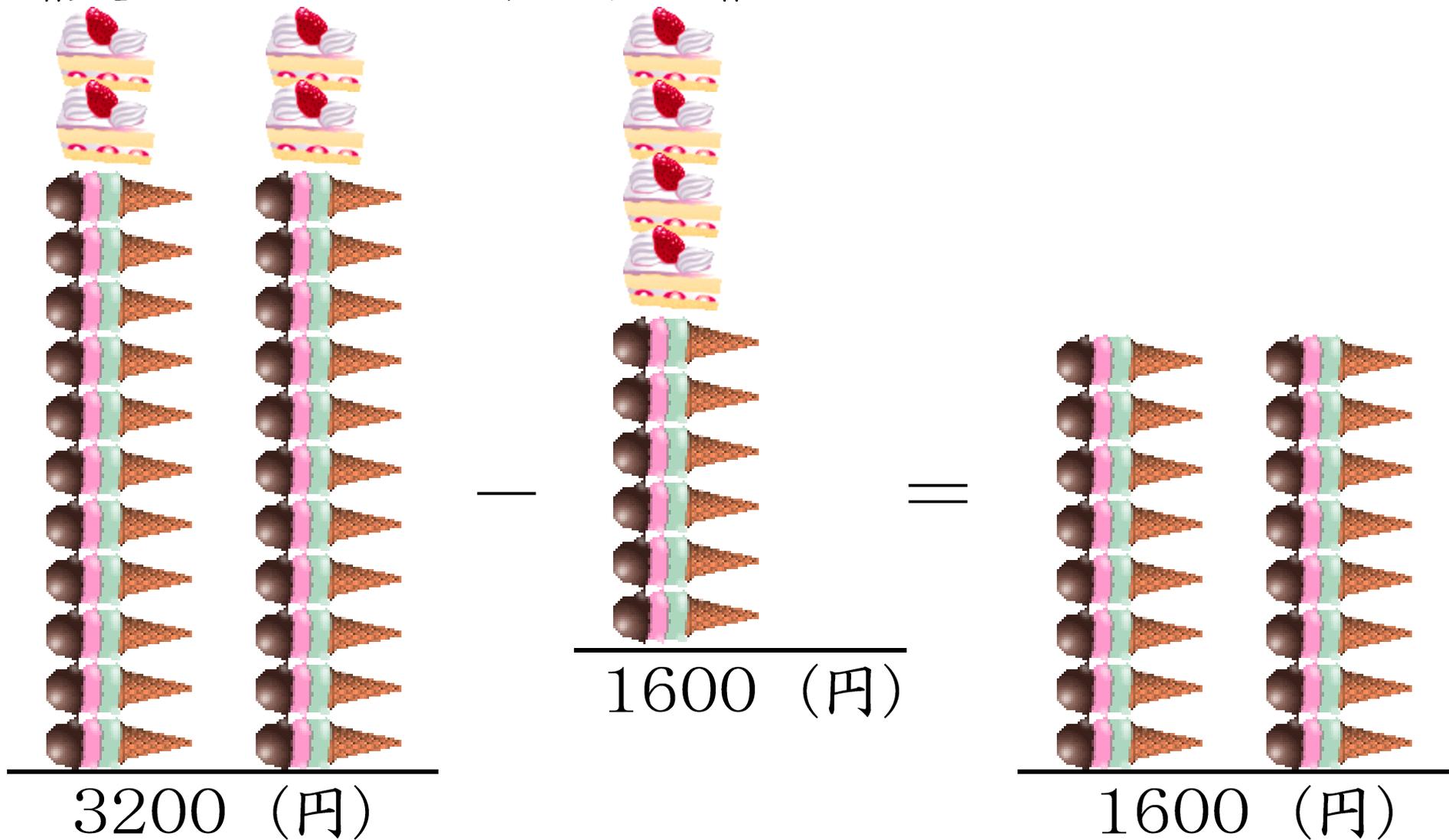
このような方法を という。

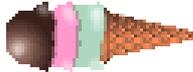
《P31 問 3》

$$(1) \begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-y=3 \end{cases}$$

《数をそろえて消去する》



16  = 1600
 = 100

《数をそろえるため、式を変形する 1》

$$\begin{cases} 2x + 11y = 1600 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 4x + 6y = 1600 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①の両辺を2倍すると、

①'から②をひくと、

$y =$ を②に代入して、

《P32 例 1》

$$\begin{cases} x+2y=4 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 2x+3y=5 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①の両辺を2倍すると、

①'から②をひくと、

$y =$ を①に代入して、

《P32 問 4》

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$$

《ケーキとアイスを買う ④》

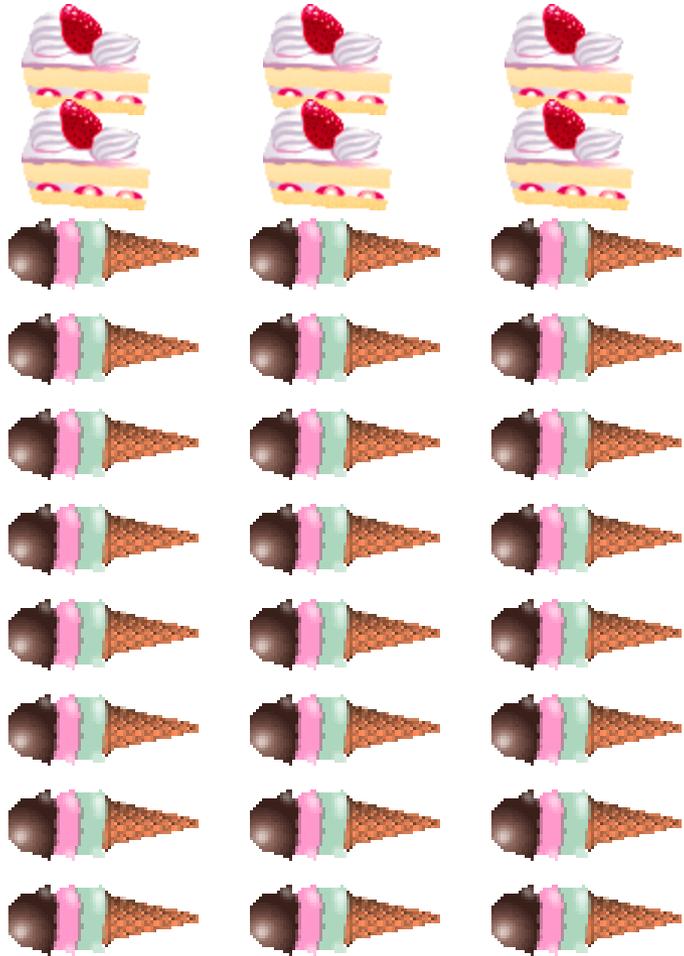
10人の子どもたちに、ケーキとアイスを買っていくことにした。ケーキ 2個とアイス 8個では1300円、ケーキ 3個とアイス 7個では1450円でした。

このときのケーキとアイスの値段はいくらだったのでしょうか。

ケーキの値段を x 円、アイスの値段を y 円とすると、金額と個数の関係から連立方程式は、

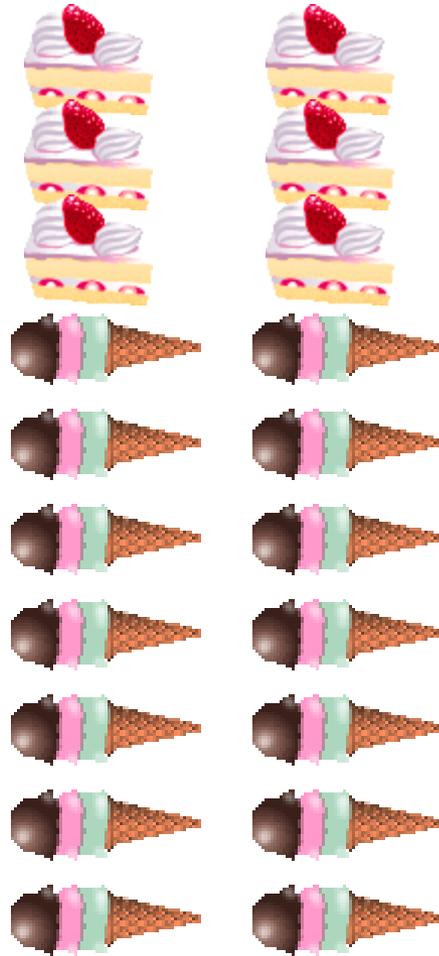
{

《数をそろえて消去する》



3900 (円)

—



2900 (円)

=



1000 (円)

10  = 1000

 = 100

《数をそろえるため、式を変形する 2》

$$\begin{cases} 2x + 8y = 1300 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = 1450 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①の両辺を3倍すると、

②の両辺を2倍すると、

①'から②'をひくと、

$y =$ を①に代入して、

《P32 例題 1》

$$\begin{cases} 4x + 7y = -2 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 6x - 5y = 28 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3$$

$$\textcircled{2} \times 2$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}'$$

$y =$ を $\textcircled{1}$ に代入して、

《P33 問 5》

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

《P33 問 5》

$$(2) \begin{cases} 6x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -13 \end{cases}$$

《いろいろな連立方程式》

$$\begin{cases} x-y=4 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 2x=3(1-y) & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②から

$$\textcircled{1} \times 3$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}'$$

$x =$ を①に代入して、

《P34 問 7》

$$(1) \begin{cases} 4x + 7y = 39 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 2(x - y) = 3x + 3y & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②から

$$\textcircled{2}' \times 4$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}''$$

$y =$ を①に代入して、

《P34 問 7》

$$(2) \begin{cases} 2(2x+y) = 6x+y+9 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 5x-4y+30=0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}'$$

$y =$ を②に代入して、

《P35 例題 3》

$$\begin{cases} x=2y+5 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=2 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②×6

①を②'に代入して

$y=$ を①に代入して、

《P35 問 8》

$$\begin{cases} 0.7x - 0.2y = 4 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ x - 4y = 2 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 10$$

$$\textcircled{2} \times 7$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}'$$

$y =$ を $\textcircled{2}$ に代入して、

《P35 練習問題①》

$$(1) \begin{cases} 4x + y = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ x + y = -5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 4x - y = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 6x + 5y = 58 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

《P35 練習問題①》

$$(3) \begin{cases} 3x - 7y = 2 & \dots\dots\dots ① \\ 5x - 9y = 14 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

《P35 練習問題②》

$$(1) \begin{cases} y = 2x + 1 & \cdots \textcircled{1} \\ y - x = 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y = 9 - x & \cdots \textcircled{1} \\ y = x - 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

《P35 練習問題②》

$$(3) \begin{cases} 3x + 2y = 5 & \cdots \textcircled{1} \\ y = 2x - 1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

《P35 練習問題③》

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 3x + 4y = -52 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

《P35 練習問題③》

$$(2) \begin{cases} x+y=11 & \dots\dots\dots ① \\ \frac{8}{100}x+\frac{9}{100}y=1 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$