

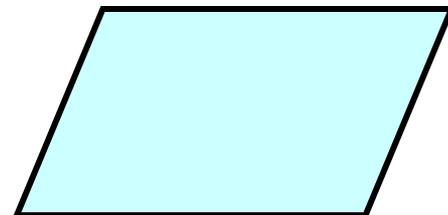
§ 1 平行四辺形

《平行四辺形をかこう》

平行四辺形 ABCD を、

と書くことがある。

《平行四辺形の定義》



平行四辺形の性質

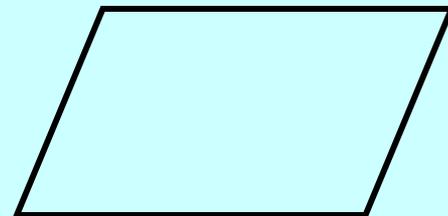
① 平行四辺形の向かいあう角は等しい。



② 平行四辺形の向かいあう辺は等しい。



③ 平行四辺形の対角線は、それぞれで交わる。



《平行四辺形の性質①の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】

【結論】

【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ で、

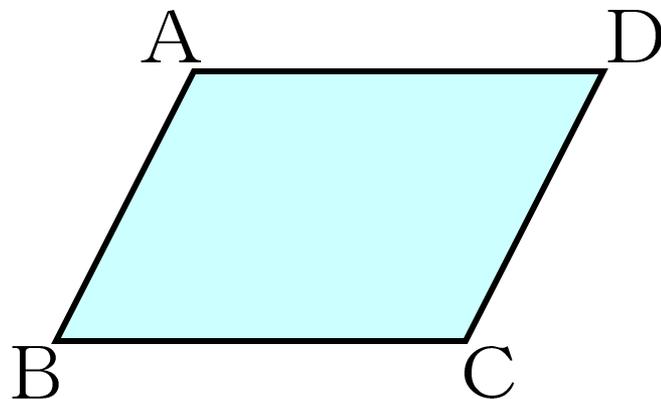
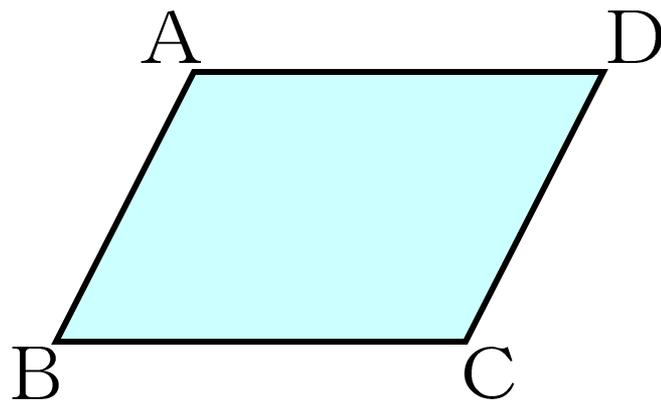
$AB \parallel DC$ だから、

$AD \parallel BC$ だから、

また、

2角夾辺相等で、

よって、



《平行四辺形の性質②の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

【結論】

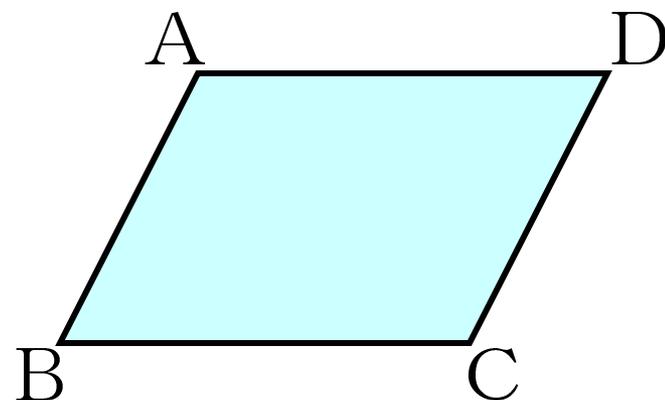
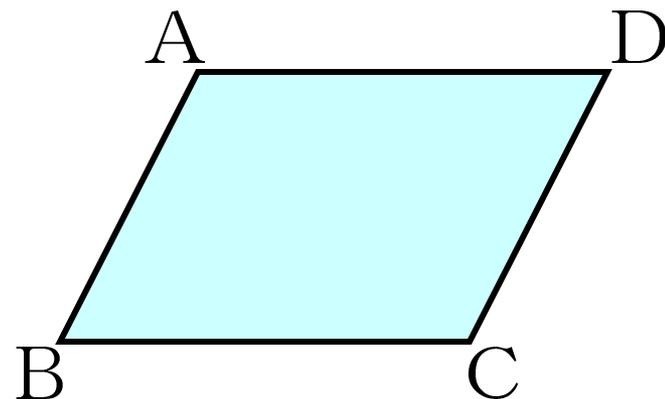
【証明】

性質①の証明より

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ だから、

$\angle BAC = \angle DCA$,

$\angle BCA = \angle DAC$ だから、



《平行四辺形の性質②の証明2》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

【結論】 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

【証明】

辺ABの延長上に点E、

辺BCの延長上に点Fをとって、

$\angle A =$

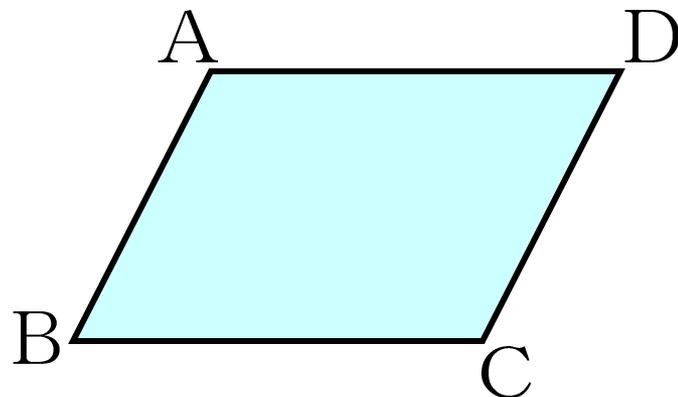
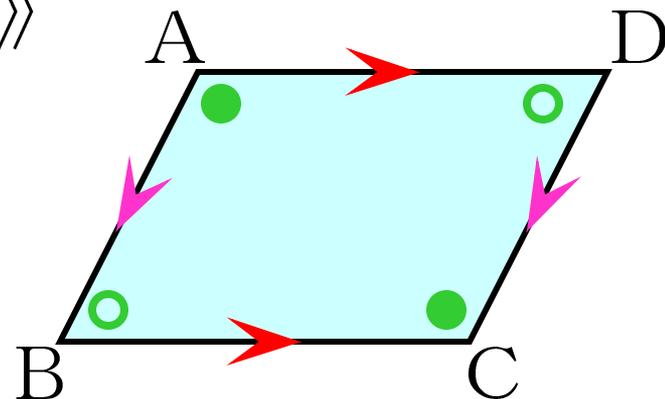
$=$

$=$

$\angle B =$

$=$

$=$



《平行四辺形の性質③の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

【結論】

【証明】

$\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ で、

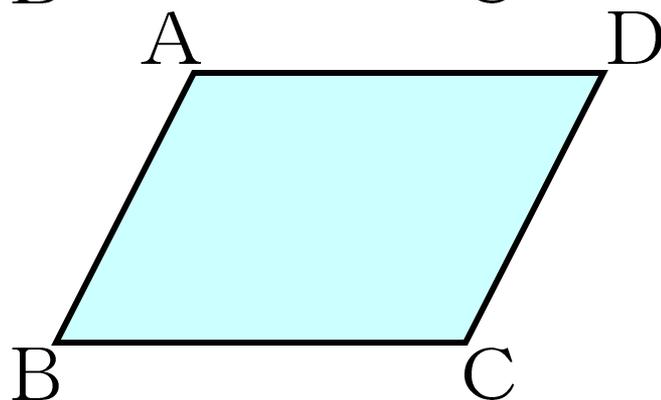
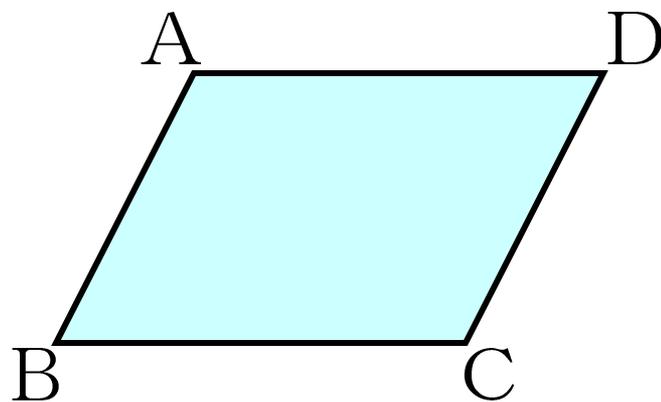
$AB \parallel DC$ だから、

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、

2角夾辺相等で、

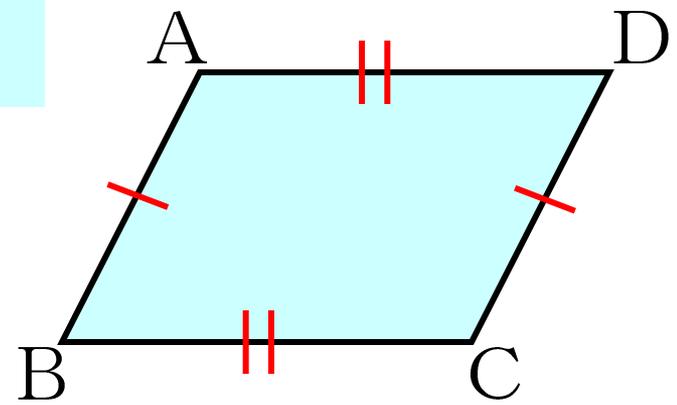
よって、

だから、平行四辺形の対角線は、それぞれので交わる。



§ 2 平行四辺形になる条件

次のような四角形ABCDを、
かいてみよう。

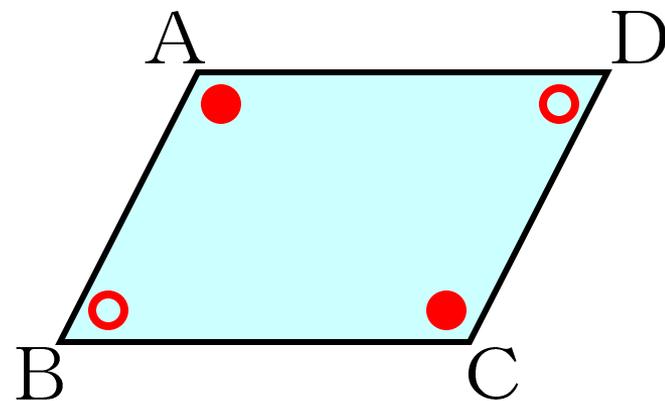


① 2組の向かいあう辺が、それぞれ等しい。

$$AB=DC=4\text{cm}, AD=BC=6\text{cm}$$

《平行四辺形になる条件》

次のような四角形ABCDを、
かいてみよう。

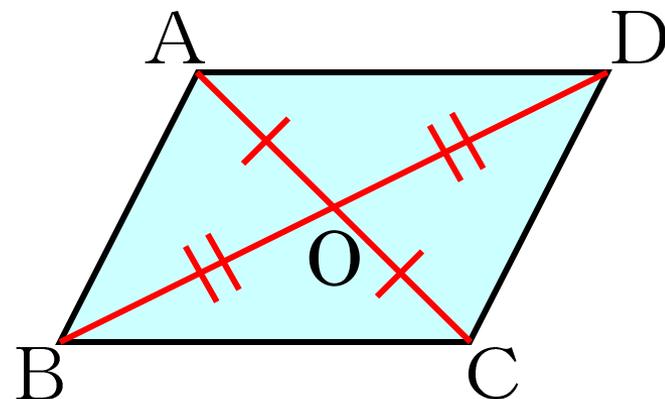


② 向かいあう角が、それぞれ等しい。

$$\angle A = \angle C = 110^\circ, \angle B = \angle D = 70^\circ$$

《平行四辺形になる条件》

次のような四角形ABCDを、
かいてみよう。

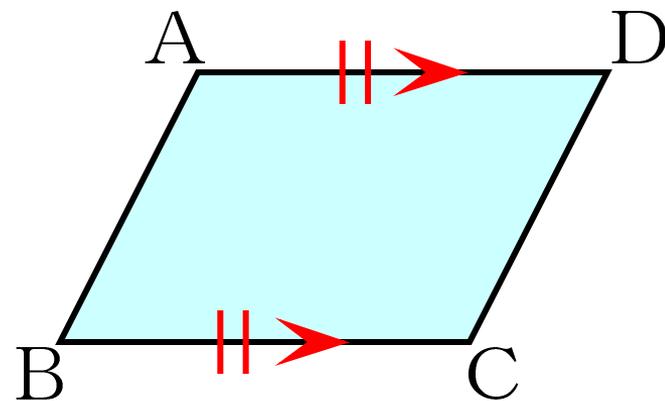


③ 対角線が、それぞれの中点Oで交わる

$$AO = CO = 3\text{cm}, BO = DO = 5\text{cm}$$

《平行四辺形になる条件》

次のような四角形ABCDを、
かいてみよう。



- ④ 1組の向かいあう辺が、等しくて平行である
 $AD // BC$, $AD = BC = 6\text{cm}$

《平行四辺形になる条件①の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AB=DC$, $AD=BC$

【結論】 $AB//DC$, $AD//BC$

【証明】

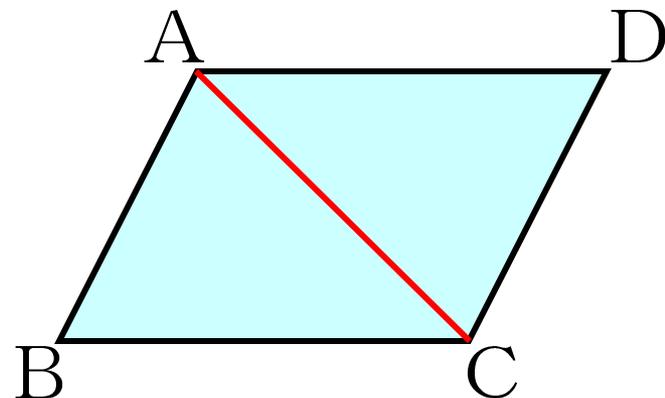
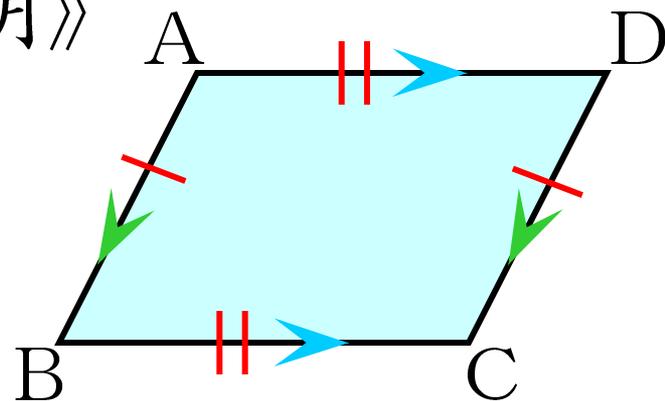
$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ で、

3辺相等で、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

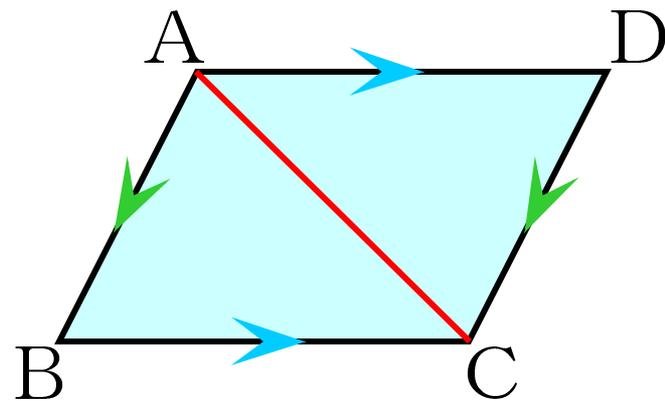
よって、 $\angle B = \angle C$
 $AB//DC$

また、 $\angle A = \angle D$
 $AD//BC$



だから、

だから、



《平行四辺形になる条件②の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

【結論】 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

【証明】

辺ABの延長上に点Eをとる。

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ だから、

$$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$$

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$ 　　　　　 　だから、

$$\angle A + \angle B =$$

また、 $\angle B + \angle CBE =$ 　　　　　 　だから、

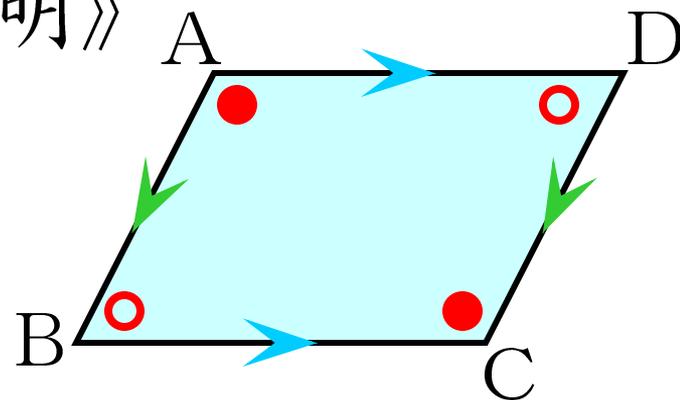
$$\angle A =$$

よって、 　　　　　 が等しいので、

$$AD \parallel BC$$

また、 $\angle C = \angle A = \angle CBE$ で、 　　　　　 が等しいので、

$$AB \parallel DC$$



《平行四辺形になる条件③の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AO=CO$, $BO=DO$

【結論】 $AB//DC$, $AD//BC$

【証明】

$\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ で、

2辺夾角相等で、

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

よって、

.....①

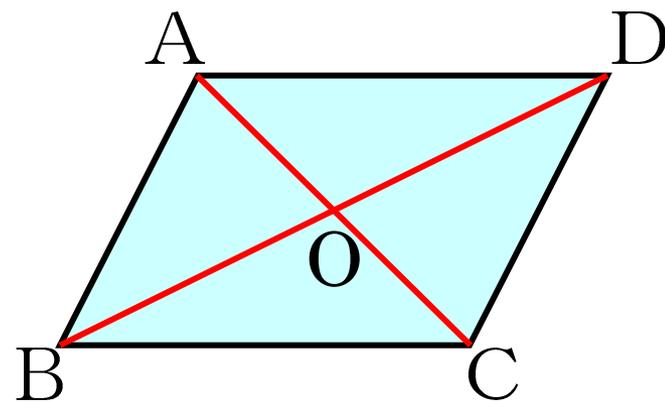
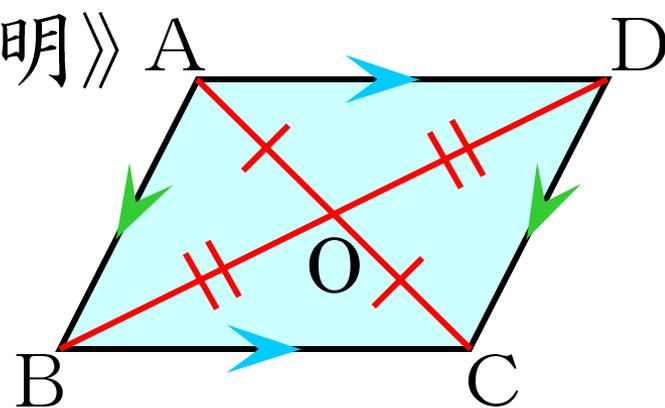
同じようにして、 $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ で、

$$\triangle ADO \equiv \triangle CBO$$

よって、

.....②

①、②から、条件①より、四角形ABCDは、
平行四辺形である。



《平行四辺形になる条件④の証明》

四角形ABCDで、

【仮定】 $AD \parallel BC$, $AD = BC$

【結論】 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ で、

.....①

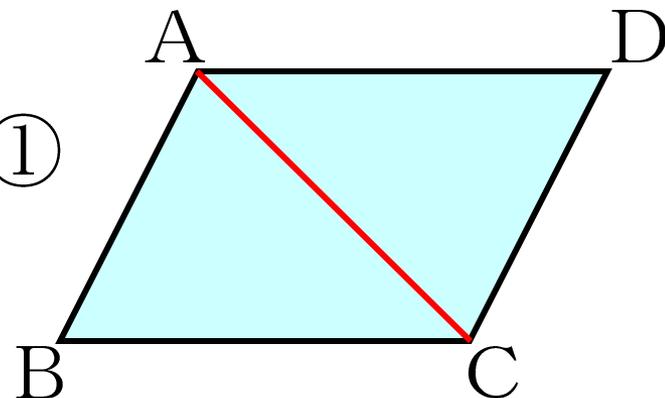
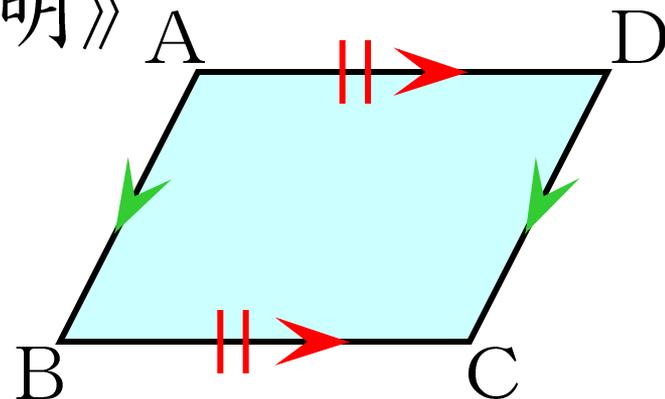
2辺夾角相等で、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって、

.....②

①、②から、条件①より、四角形ABCDは、
平行四辺形である。



平行四辺形になる条件

四角形は、次の各場合に平行四辺形である。

- ① 2組の向かいあう辺が、それぞれ \parallel であるとき
(定義)
- ② 2組の向かいあう \angle が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の向かいあう \angle が、それぞれ等しいとき
- ④ 対角線が、それぞれの \perp で交わるとき
- ⑤ 1組の向かいあう辺が、 \parallel であるとき

《P111 問 4》

(1)

(2)

(3)

《P111 例題 1》

□ ABCD の対角線の交点を
O とすると、

..... ①

..... ②

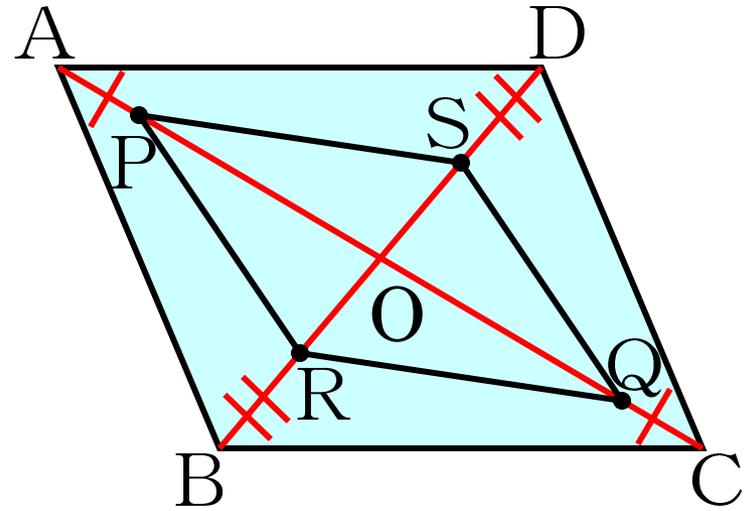
① と $AP = CQ$ から、

..... ③

② と $BR = DS$ から、

..... ④

③、④ から、対角線が、それぞれの
ので、四角形 PRQS は平行四辺形である。



《P111 問 5》

▱ABCD は平行四辺形だから、

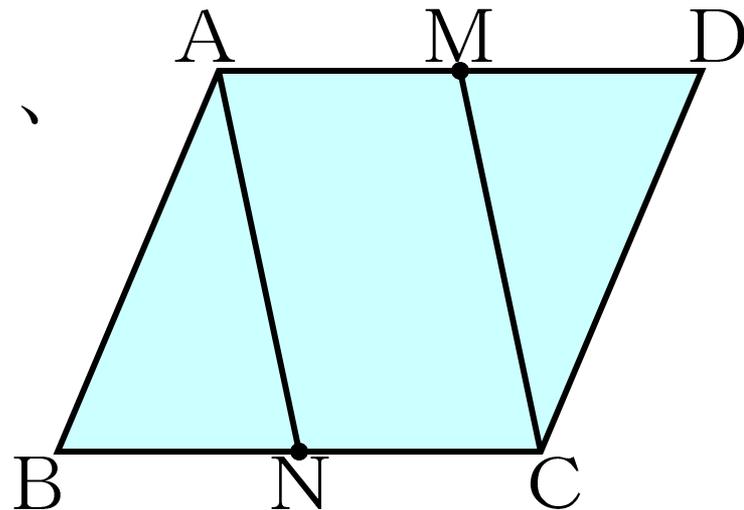
$$AD \parallel BC \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$AD = BC \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①から、
 $\dots\dots \textcircled{3}$

②から、
 $\dots\dots \textcircled{4}$

③、④から、条件より、四角形 ANCM は、
平行四辺形である。



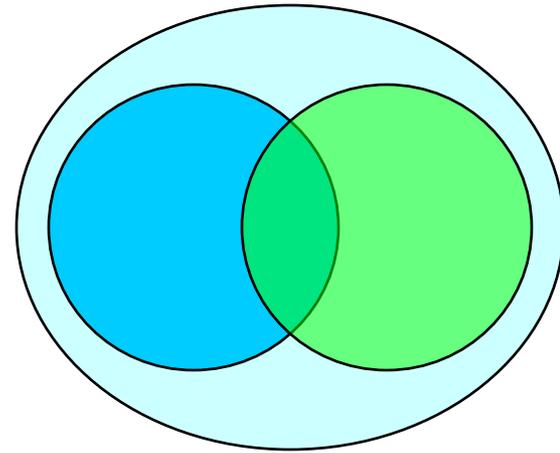
§ 3 長方形、ひし形、正方形

- 長方形、ひし形、正方形の定義

長方形 4つの 角が等しい四角形

ひし形 4つの 角が等しい四角形

正方形 4つの 角が等しく、
4つの 角が等しい四角形



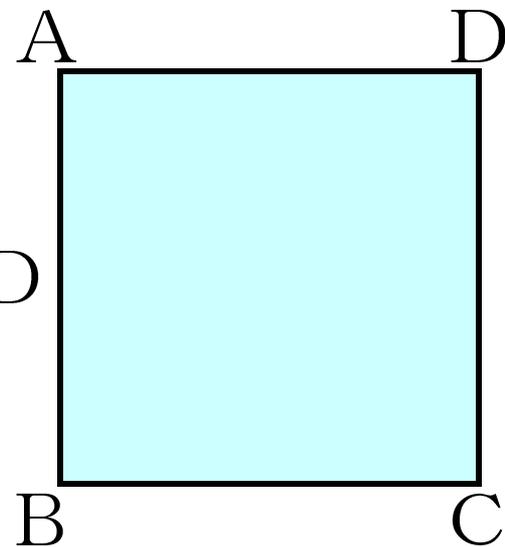
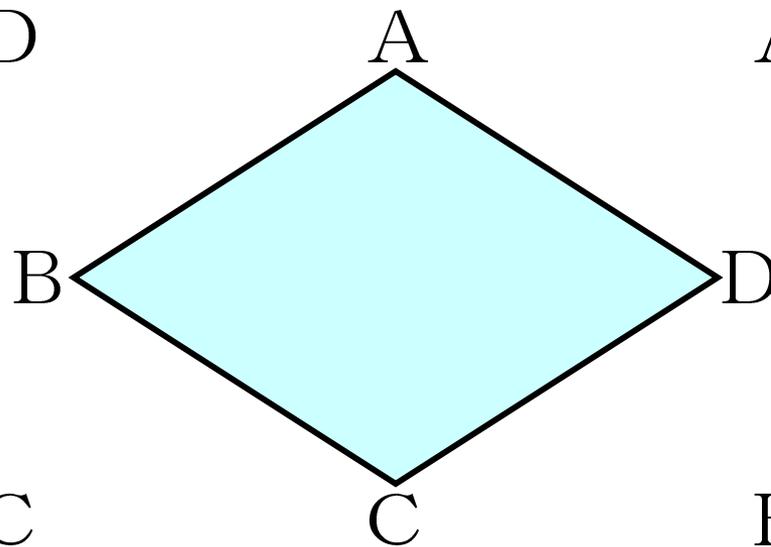
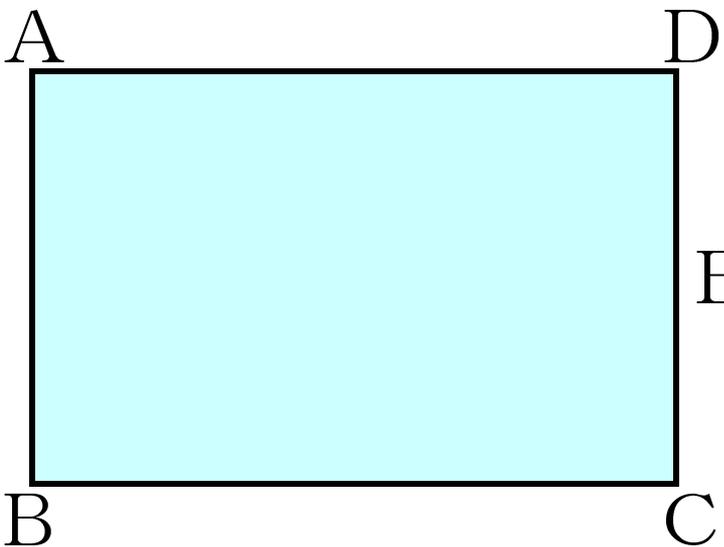
- 長方形、ひし形、正方形は平行四辺形である

長方形 2組の向かいあう 角が、それぞれ等しい
(平行四辺形になる条件)

ひし形 2組の向かいあう 角が、それぞれ等しい
(平行四辺形になる条件)

正方形 平行四辺形になる条件 または 角が等しい

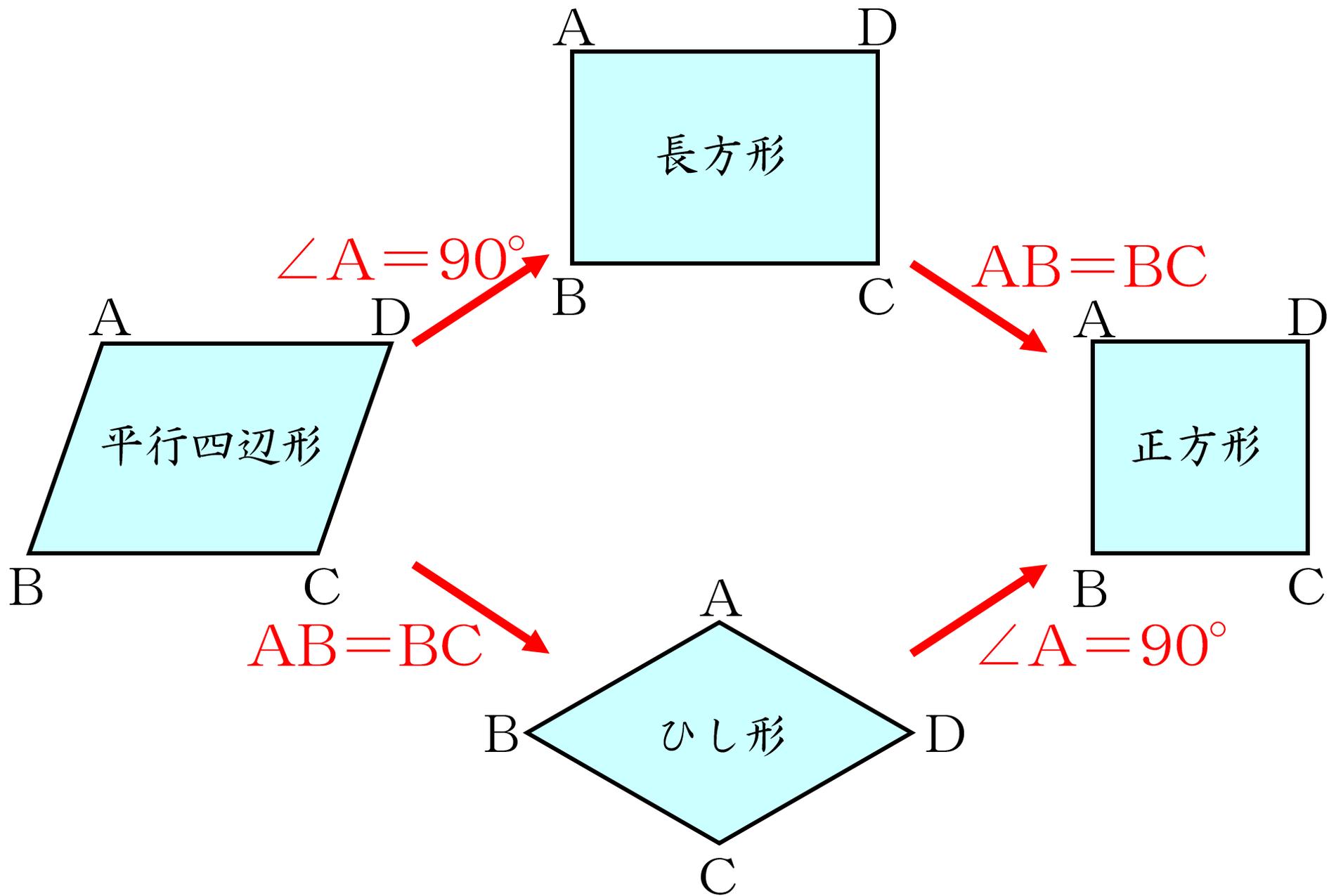
- ・長方形、ひし形、正方形の対角線



対角線についての性質

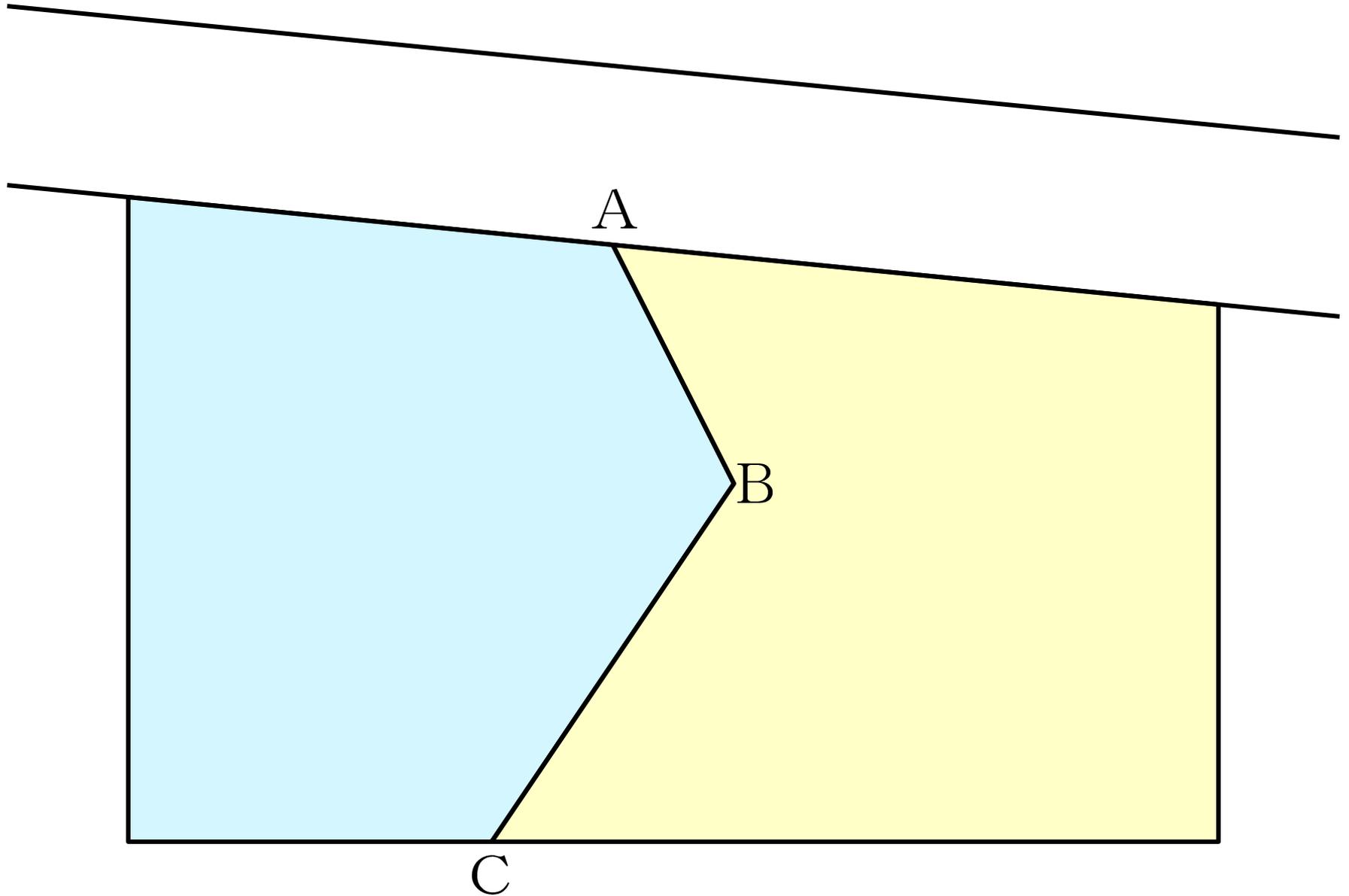
- ① 長方形の対角線の長さは等しい。
- ② ひし形の対角線は垂直に交わる。
- ③ 正方形の対角線の長さは等しく、垂直に交わる。

《平行四辺形、長方形、ひし形、正方形の関係》



§ 4 平行線と面積

《面積を変えない変形》

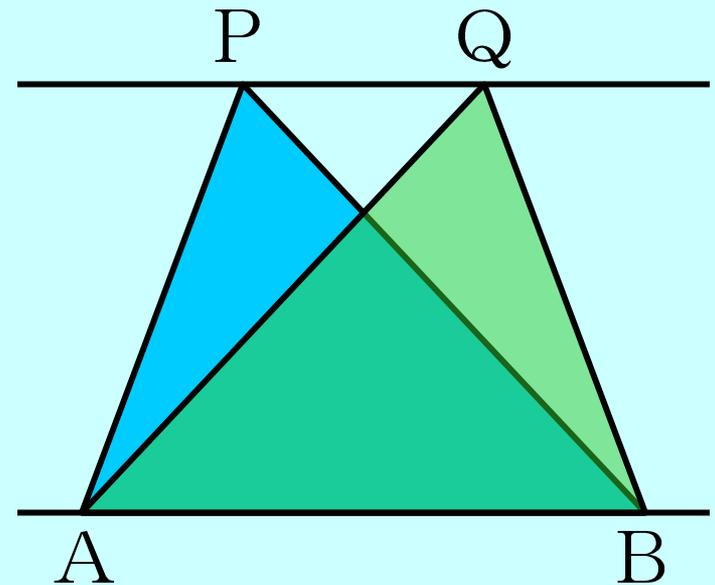


底辺が共通な三角形

1つの直線上の2点A, Bと、その直線の同じ側にある2点P, Qについて、

① $PQ \parallel AB$ ならば、

② $\triangle PAB = \triangle QAB$ ならば、

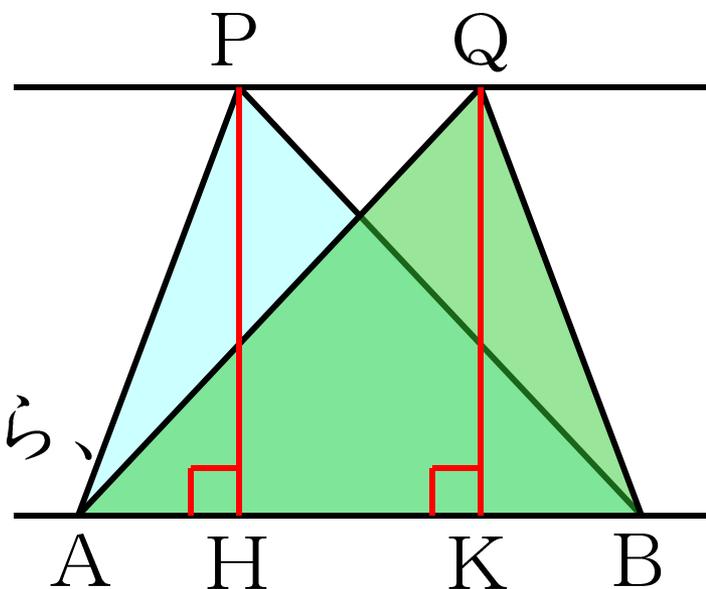


《証明》

P, Q から AB にひいた垂線を、
PH, QK とする。

① $PQ \parallel AB$ だから、

よって、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ は、
底辺と高さがそれぞれ等しいから、



② $\triangle PAB = \triangle QAB$ だから、

底辺 AB が共通なので、高さ PH, QK は等しい。

..... ①

また、

..... ②

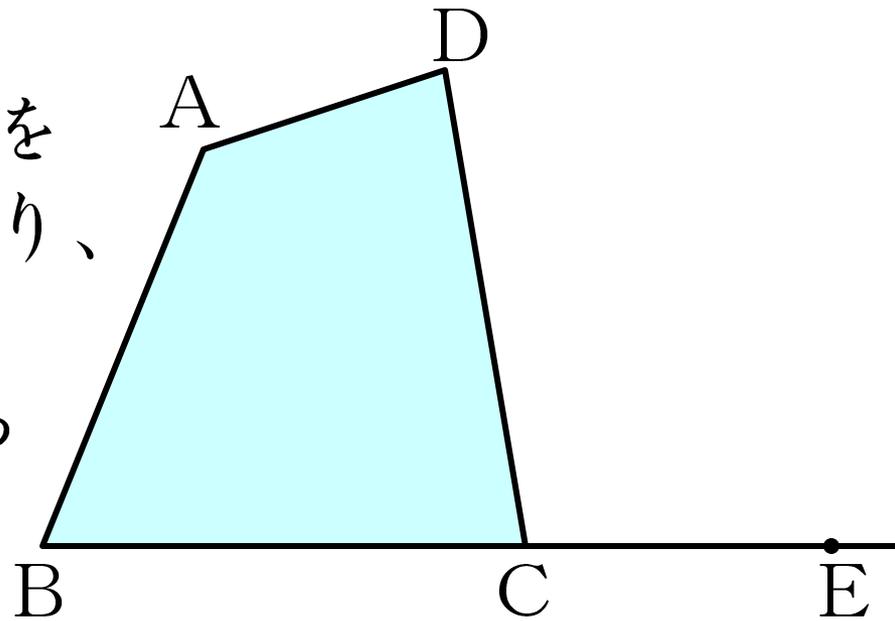
①、②より、四角形 PHKQ は、平行四辺形である。

よって、

だから、

《P114 例題 1》

四角形 $ABCD$ で、辺 BC を延長した直線上に点 E をとり、 $\triangle ABE$ の面積が、四角形 $ABCD$ の面積と等しくなるようにする。



四角形 $ABCD$ と $\triangle ABE$ の両方から、 $\triangle ABC$ の面積をひくと、それぞれ $\triangle ACD$ と $\triangle ACE$ になる。四角形 $ACED$ で

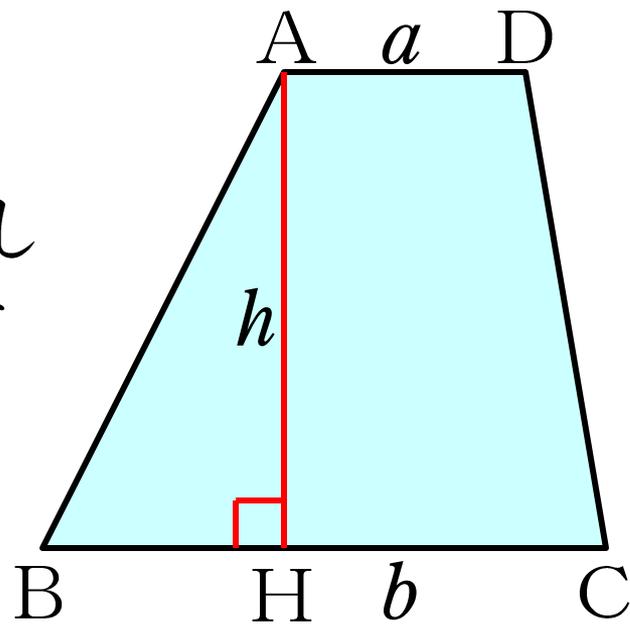
ならば、
となる。

よって、点 D を通り、 AC に平行な直線をひき、 BC を延長した直線と交わる点を E とする。

《P114 問3》

点Dを通り、ACに平行な直線をひき、BCを延長した直線と交わる点をEとする。

このとき、四角形ACEDは平行四辺形となり、

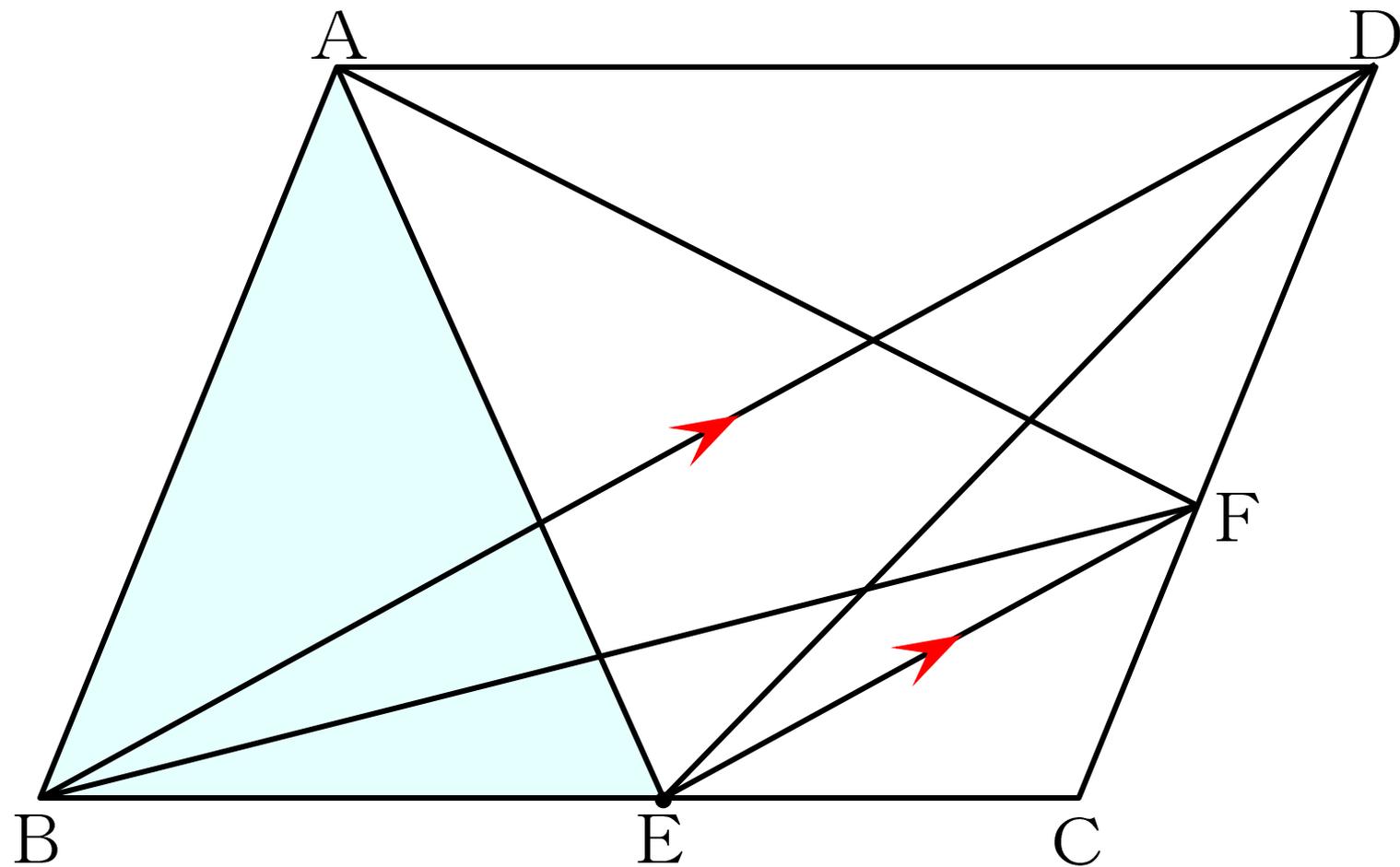


また、 $\triangle ABE$ は
台形 $ABCD = \triangle ABE$ となるから、

$$S =$$

$$=$$

《P114 練習問題①》



$\triangle ABE$ と面積の等しい三角形は、